

Modelos Constitutivos para la Simulación de la Respuesta Mecánica de los Suelos Agrícolas mediante el Métodos de Elementos Finito (MEF).

“Constituent Models for the Simulation of the Mechanical Answer of Agricultural Soils by Means of the Method of Elements Finite (FEM).

¹Alain Ariel de la Rosa Andino^a ²Miguel Herrera Suárez^a ²Omar González Cueto^a

Recibido, noviembre 2013.

Aceptado, marzo 2014

RESUMEN

Dada la importancia que tiene conocer la respuesta mecánica del suelo como una de las variables a tener en cuenta en el diseño de los aperos y maquinas capaces de conservar las cualidades físicas del suelo se han desarrollado varios modelos constitutivos que representan al suelo un material no lineal elástico o elastoplástico. El presente trabajo tuvo como objetivo analizar el estado actual de los modelos constitutivos utilizados en la simulación de la respuesta mecánica de los suelos agrícolas, definiendo cuál de estos es el más adecuado para simular la respuesta mecánica de un suelo arcilloso (Vertisol).

En el mismo se analizan críticamente los modelos constitutivos que se emplean en la simulación de la respuesta mecánica de los suelos agrícolas mediante el método de elementos finitos, teniendo en cuenta las propiedades y parámetros de entrada, determinación de estos y su implementación en los softwares para la simulación mediante el método de elementos finitos. Finalmente se concluye que el modelo Drucker Prager Extendido es el más

¹Universidad de Granma - Cuba; ²Universidad Central de Las Villas - Caub
^aIng. Mecánico

adecuado para la simulación de la respuesta mecánica del Vertisol mediante el método de elementos finitos.

Palabras Claves: modelo constitutivo, simulación, respuesta mecánica, suelo, elementos finitos.

ABSTRACT

Given the importance that it has to know the answer mechanical the soils as one of the variables in the design of the implements and machines able to conserve physical qualities of the soils has been developed several constituent models that represent the soil a material nonlinear elastic or elastoplastic. The presents work has like aim to analyze the present state of the used constituent models in the simulation of the mechanical answer of agricultural soil, defining which of these is adapted to simulate the mechanical answer of a clay soil (Vertisol). In the same the constituent models are analyzed critically that are used in the simulation of the mechanical answer of agricultural soils by means of the method of finite elements, considering the properties and parameters of agricultural of entrance, determination of these and its implementation in software for the simulation by means of the method of finite elements. Finally one concludes that the model Drucker Extended Prager is adapted for the simulation of the mechanical answer of the Vertisol by means of the method of finite elements.

Keywords: constituent model, simulation, mechanical answer, soil, finite elements.

INTRODUCCIÓN

Para la simulación de la respuesta mecánica del suelo se han desarrollado varios modelos constitutivos, puesto que el comportamiento material del mismo es bastante difícil de describir, dada la gran variedad de suelos existentes además de que cuando es sometido a esfuerzos la respuesta es no lineal, tanto en el proceso de carga como en el de descarga (Chi y Tessier 1994).

Shen y Kushawaha en (1998) clasifican los modelos constitutivos que se emplean para describir la relación esfuerzo-deformación del suelo, como: Modelos lineales y no lineales (atendiendo a la forma de la curva esfuerzo-deformación), Modelos elásticos, plásticos y elastoplásticos (según la plasticidad del material), Modelos estáticos y dinámicos

(en función de la inclusión, o no, del tiempo).

Dentro de estos, los modelos lineales encuentran su mayor aplicación en análisis de tensiones en elementos estructurales, siendo los no lineales los modelos que gozan de mayor utilización en estudios relacionados con la mecánica de suelos agrícolas. Atendiendo a los elementos que definen la elasticidad y la plasticidad de los suelos, los modelos elastoplásticos son los más empleados en la simulación de su repuesta mecánica al ser interactuado por los órganos de trabajo de los aperos de labranza, pues en función de la magnitud de las cargas aplicadas estos asumen que el suelo puede sufrir deformaciones plásticas, elásticas o elastoplásticas (Shen y Kushawaha 1998).

MATERIALES Y MÉTODOS.

El presente trabajo tuvo como objetivo analizar el estado actual de los modelos constitutivos utilizados en la simulación de la respuesta mecánica de los suelos agrícolas, así como sus ventajas y desventajas definiendo cuál de estos es el más adecuado para simular la respuesta mecánica de un suelo arcilloso (Vertisol), a partir del comportamiento del suelo como un material no lineal elástico o elastoplástico tomando como base los modelos de Mohr-Coulomb (1776), Drucker y Prager (1952) en sus versiones extendido y modificado; Cam Clay o Cambridge desarrollados por Roscoe y Roscoe et al. (1958) y posteriormente modificado por Roscoe y Burland (1968); el modelo no lineal elástico de Duncan y Chan (1970) desarrollado inicialmente por Kondner y Zelasko (1963); el elastoplástico de Lade (1977), y el modelo plástico de Bailey et

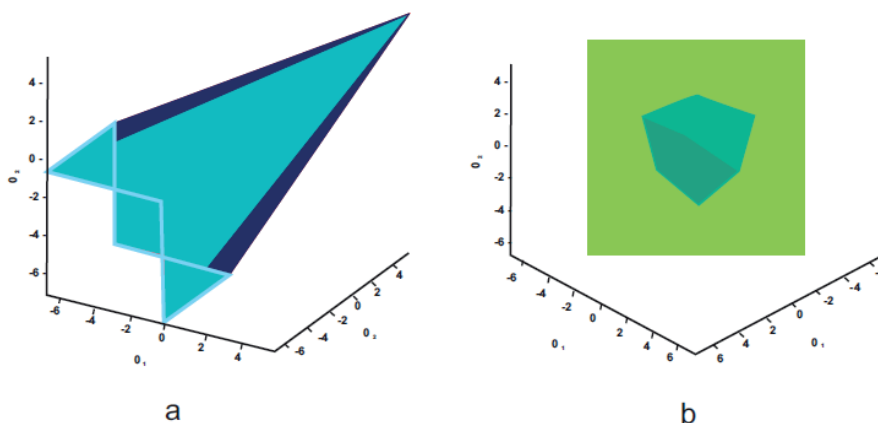
al. (1984), por ser los más utilizados a nivel internacional.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Modelos constitutivos.

El modelo de Mohr-Coulomb. Se basa en el criterio de falla lineal de Mohr-Coulomb, el cual producto de su sencillez y comodidad es muy empleado en investigaciones de suelos y rocas destinados a la construcción (Robert y Marshek 1991), sin embargo, no ha sido muy utilizado para la simulación de la interacción suelo-apero de labranza. Generalmente este criterio de rotura se define en función de la tensión tangencial y la tensión normal en un plano, pero se puede transformar de forma tal que las tensiones se puedan representar en tres dimensiones. Aunque representado de esta última forma tiene como deficiencia la presencia de esquinas en su sección hexagonal (Coulomb 1776). (Fig.1)

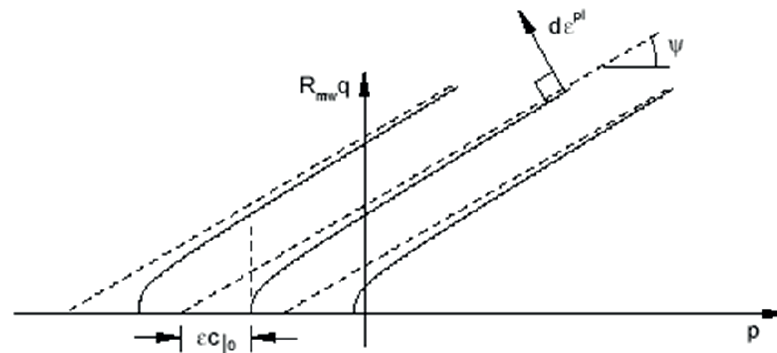
Figura 1. Modelo de Mohr-Coulomb. a) Superficie de falla Mohr-Coulomb en el espacio de las tensiones principales; b) Superficie de fluencia Mohr-Coulomb en el plano de los esfuerzos desviadores.



Este modelo comprende que el potencial de flujo del suelo es lineal y continuo en el plano meridional de los esfuerzos (q - p), asegurando que la dirección del flujo se defina únicamente en este plano, por lo

que en este caso el suelo fluye de manera asociada (Figura 2), e incluye también que una vez que el suelo comienza a fluir plásticamente, puede deformarse por endurecimiento o ablandamiento.

Figura 2. Familia de potencial de hiperbólico Mohr-Coulomb en el plano meridional (Hibbit 2008).



También aparece implementado en la mayoría de los softwares comerciales disponibles para la simulación mediante el método de elementos finitos, necesitando seis parámetros como datos de entrada, los cuales pueden ser determinados a través de los ensayos convencionales que se realizan en laboratorios de mecánica de suelos.

Según Bishop (1966), el modelo de Mohr-Coulomb ajusta mejor los datos experimentales que el criterio de Drucker-Prager (1952); sin embargo, Herrera (2006) y Herrera et al. (2008) simulan la repuesta mecánica de un suelo agrícola de naturaleza arcillosa clasificado como Oxisol mediante el método de elementos finitos para definir qué modelos constitutivos se deben emplear en la simulación de la interacción suelo-apero de labranza, obteniendo como resultado que la simulación a partir del modelo de Mohr-Coulomb no es capaz de predecir con la exactitud requerida la relación esfuerzo-deformación cuando el suelo se encuentra en su estado seco, ya que ninguna de las variantes del modelo analizadas pudo reproducir con exactitud la deformación por ablandamiento que sufre el suelo una vez que ha sobrepasado la tensión de falla o rotura. Los resultados evidenciaron además que, en este modelo tanto la dilatancia

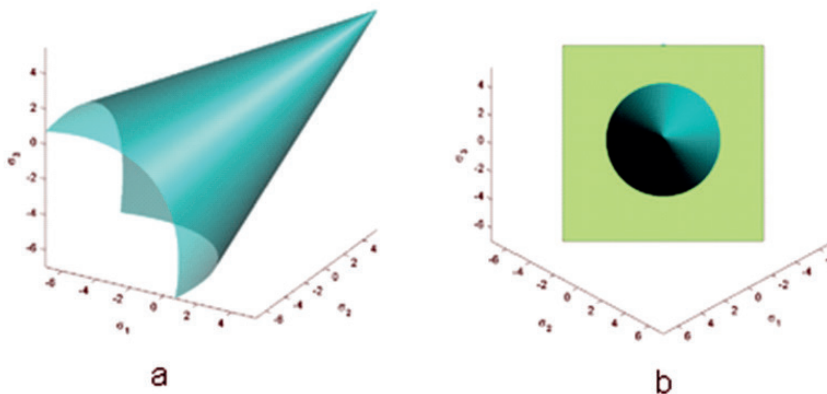
como el endurecimiento jugaron un papel secundario en la predicción de la respuesta mecánica del suelo en estudio. Para las condiciones de humedad donde el suelo mostró una falla plástica, se obtuvieron buenos resultados siempre y cuando se consideró en el modelo que el suelo no se podía deformar por endurecimiento. A partir de estos resultados, el referido autor (Herrera et al. 2008) no considera este modelo como el adecuado para la simulación de la respuesta mecánica de los oxisoles.

El modelo de Drucker-Prager. Fue introducido para representar la deformación plástica de los suelos (Drucker y Prager 1952). El mismo se rigió por criterio de fluencia dependiente de la presión aplicada, el cual determina si el material ha sobrepasado el límite elástico o no. Constituye una versión más ajustada del modelo de Mohr-Coulomb, por lo que puede ser expresado en función de la cohesión y el ángulo de fricción interna. Este modelo y sus variantes han sido utilizados en estudios de rocas, hormigón, espumas, polímeros y otros materiales, encontrando gran aplicación en investigaciones relacionadas con la simulación de la interacción neumático-suelo, respuesta mecánica de los suelos

agrícolas y de la interacción suelo-apero de labranza (Drucker y Prager 1952, Chi y Kushawaha 1990, Chi 1993, Araya y Gao 1995, Lahtinen et al. 2000, Abu- Hamed y Reeder 2003, Abo-Elnor et al. 2004, Xiang-rong y Jin-chang 2004, Herrera 2006, Jafari et al. 2006, Davoudi et al. 2008, Herrera et al. 2008, Biris et al. 2009, González 2011).

Cuando es representado en tres dimensiones se utiliza una superficie cónica (Figura 3), que lo hace más adecuado desde el punto de vista matemático pues se soluciona el problema de las esquinas de la sección hexagonal que aparecen en la pirámide del modelo de Mohr-Coulomb (Shen y Kushawaha 1998).

Figura 3. Modelo de Drucker-Prager a) Superficie de fluencia Drucker-Prager en el espacio de las tensiones principales con sección cónica; b) Superficie de fluencia Drucker-Prager en plano de los esfuerzos desviadores.



Dicho modelo comprende la posibilidad de considerar al suelo como un material dilatante que fluye de manera asociada, o lo que es lo mismo en la dirección normal a la superficie de fluencia, tomando el ángulo de dilatación el mismo valor que el ángulo de la superficie de fluencia $\psi = \phi$, de esta forma fue utilizado con éxito por (Mouazen y Neményi 1999, Mouazen y Neményi 1999, Mouazen et al. 1999) durante la simulación del corte de un suelo arenoso loamoso por una herramienta de labranza. El modelo además posibilita considerar al suelo como un material no dilatante a partir de la implementación de una regla de flujo no asociada, donde el suelo no fluye en la dirección normal a la superficie de fluencia, siendo $\psi = 0$.

Incluye también la posibilidad de predecir los cambios de tensiones producto de la deformación por ablandamiento o endurecimiento con gran exactitud, además de aparecer implementado en la mayoría de los software disponibles comercialmente para la simulación a través del método de elementos finitos, necesitando solo seis parámetros como datos de entrada los que pueden ser determinados en laboratorios de mecánica de suelos a través de ensayos convencionales.

En las investigaciones realizadas por Herrera (2006) y Herrera et al. (2008) en la simulación de la respuesta mecánica de los suelos ferralíticos rojos compactados (Oxisol) mediante el método de elementos

finitos, obtuvieron como resultado que el modelo Drucker-Prager predice con la exactitud requerida la relación esfuerzo-deformación para los niveles de profundidad analizados, con independencia del tipo de falla que adopte el suelo, aunque los resultados más exactos se obtuvieron para la condición de suelo húmedo. En ambos casos el modelo fue capaz de predecir las tendencias y valores de los esfuerzos que se determinaron experimentalmente. Resultados similares fueron encontrados por González (2011), al simular la respuesta mecánica de este mismo suelo para modelar la compactación por el tráfico de los neumáticos de los vehículos agrícolas.

El modelo Cam Clay. Fue desarrollado por Roscoe et al. (1958) para arcillas normalmente consolidadas, posteriormente fue modificado por Roscoe y Burland (1968) para explicar la deformación plástica-volumétrica del suelo antes y después de que ocurra la falla del mismo, utilizando una superficie de fluencia del tipo CAP. De esta manera surge el modelo Cam Clay modificado, en él se proponen las relaciones constitutivas con el objetivo de identificar cuando la tensión ha pasado la superficie de fluencia para definir el estado en que se encuentra el suelo (Chi et al. 1993). Este modelo ha tenido gran aplicación en estudios relacionados con la resistencia mecánica de los suelos en sentido general. Para el caso de los suelos agrícolas ha sido empleado fundamentalmente en estudios relacionados a la compactación de suelos (Gysi 2001, Kalairby et al. 2001, Berli et al. 2004, Shoop et al. 2005), aunque también han encontrado aplicaciones en la simulación de la interacción suelo-apero de labranza (Plouffe et al. 1999) y neumático-suelo (Poodt et al. 2003). Se destaca por la exactitud para predecir los cambios de

volumen del suelo, adecuándose tanto para suelos cohesivos como para friccionantes, además de predecir con exactitud la relación esfuerzo-deformación.

Sin embargo, tiene como desventajas una alta demanda de recurso computacional (Chi et al. 1993), requiere entre 11 y 14 parámetros de entrada según como este implementado el modelo, los cuales requieren de equipamiento especializado para su determinación. Además no está implementado en la mayoría de los softwares comerciales de elementos finitos que se encuentran disponibles.

El modelo de Duncan y Chan. Es un modelo no lineal elástico que parte del supuesto de que las curvas esfuerzos-deformación pueden aproximarse a una hipérbola, el mismo fue propuesto inicialmente por Kondner y Zelasko (1963) y posteriormente fue presentado de forma incremental por Duncan y Chan (1970), basado en un coeficiente de Poisson constante, lo que implicó una relación lineal entre la tensión axial y volumétrica, representando esto una limitación. Más adelante Duncan, sugiere una nueva ecuación para el módulo volumétrico, aunque esto aún seguía siendo una limitación del modelo Duncan (1980). Este modelo ha sido utilizado con éxito en suelos arenosos, arcillosos y loamosos (Xie 1983, Chi y

Kushawaha 1988, Chi 1990, Chi y Kushawaha 1990, Chi y Kushawaha 1991, Herrera et al. 2010), exhibiendo gran capacidad para predecir con exactitud la relación esfuerzo-deformación del suelo cuando presenta una falla plástica, sin embargo su principal limitación consiste en la incapacidad de predecir los cambios de tensiones producto de la deformación por ablandamiento o

endurecimiento. Chi y Kushawaha (1988), refieren como deficiencia de este modelo, la naturaleza monótona de la función una vez que las tensiones se incrementan con el aumento de las deformaciones. Herrera et al. (2010), encontraron esta misma deficiencia observada por (Chi y Kushawaha 1988) en tres suelos arcillosos cubanos (Oxisol, Inceptisol, Vertisol). Otra limitación que presenta es que no aparece implementado en la mayoría de los softwares comerciales para la simulación computacional.

Sin embargo, a pesar de las dificultades que posee a la hora de predecir la relación esfuerzo- deformación una vez que el suelo a fallado, este modelo es uno de los que mayor utilización alcanzó en la simulación de la interacción suelo-apero de labranza a finales del siglo pasado (Young y Hanna 1977, Xie 1983, Bailey et al. 1984, Chi y Kushawaha 1989, Chi 1990, Chi y Kushawaha 1990, Chi y Kushawaha 1991, Kushawaha y Shen 1995, Rosa y Wulfsohn 1999). Pues el mismo cumple con los requisitos propuestos por Chi y Kushawaha, para la selección de los modelos constitutivos, es decir: sencillez; posibilidad de determinación de los parámetros en el laboratorio y conveniencia de implementación Chi et al. (1993).

El modelo elasto-plástico Lade. Está basado en un criterio especial de fluencia para suelos poco cohesivos (Lade 1977). Dentro de este modelo son usadas dos teorías del trabajo de endurecimiento, la primera para la superficie de fluencia tipo CAP y la otra para una superficie de fluencia cónica (Lade 1977, Lade y Boonyachut 1982), encontrando aplicación a materiales granulares poco cohesivos como el trigo (Zhang et al. 1986). En esta teoría, el incremento total de la tensión se divide en tres componentes:

a) La componente de las deformaciones incrementales elásticas, las cuales son calculada a través de la Ley generalizada de Hooke (Timoshenko y Goodier 1970).

b) La componente de las deformaciones incrementales producto del colapso plástico. Esta deformación no es recuperable durante la descarga. El comportamiento del colapso plástico, basado en la teoría de la plasticidad es gobernada por la función de la superficie de fluencia (Lade 1977).

c) La componente de las deformaciones incrementales de las deformaciones expansivas plásticas. Estas deformaciones son irreversibles producto de los esfuerzos desviadores. El comportamiento expansivo es gobernado por la superficie de fluencia de Lade (1977).

Posteriormente este modelo es mejorado por), donde desarrollan un procedimiento para establecer una matriz incremental para un modelo elasto- plástico con intersección de superficies de fluencias múltiples. Donde el modelo posibilita considerar al suelo como un material dilatante o no dilatante, a partir de la implementación de una regla de flujo asociada o no asociada, con respecto a cada superficie de fluencia. Se incluyó la posibilidad de predecir los cambios de tensiones producto de la deformación por ablandamiento o endurecimiento. Sin embargo, en la investigación realizada por Chi et al. (1993) se corrobora que la ecuación de Lade no predice con exactitud la respuesta mecánica de los suelos cohesivos, especialmente cuando las deformaciones volumétrica son mayores que el 10%.

Otra de sus desventajas consiste en que no aparece implementado en la mayoría de los softwares disponibles comercialmente

para la simulación a través del método de elementos finitos, además de necesitar más parámetros como datos de entrada que otros modelos (14), los mismos no pueden ser determinados a través de los ensayos convencionales que se realizan en laboratorios de mecánica de suelos, necesitando de instrumentación especializada.

El modelo de Bailey. Se ha limitado solo a estudios relacionados con la compactación de suelos agrícolas, demostrando gran exactitud para predecir la tensión volumétrica bajo compresión hidrostática (Bailey et al. 1984, Chi 1993). El mismo consiste en un modelo exponencial no lineal de la compactación de suelo. Más adelante el modelo fue modificado con el objetivo de incluir la tensión de falla (Bailey y Johnson 1989), posteriormente se propone una ecuación para determinar las deformaciones producto de los esfuerzos cortantes como una componente de las deformaciones volumétricas del modelo (Johnson y Bailey 1990). Este modelo presenta como desventajas que no aparece implementado en la mayoría de los softwares disponibles comercialmente para la simulación a través del método de elementos finitos, aunque solo necesita seis parámetros de entrada para la implementación de los modelos. Los mismos no pueden ser determinados a través de los ensayos convencionales en los laboratorios de mecánica de suelos, debido a que necesita de instrumentación especial.

CONCLUSIONES.

De los modelos descritos anteriormente, los que gozan de más utilización en la simulación de respuesta mecánica de los suelos agrícolas son los modelos de Drucker Prager, Cam Clay y el Duncan Chan, sin embargo estos dos últimos no

aparecen implementados en la mayoría de los softwares disponibles comercialmente mediante el empleo del método de elementos finitos.

Se define el modelo de Drucker-Prager como el más adecuado para simular la respuesta mecánica del suelo de un suelo de naturaleza arcillosa (Vertisol), primando en esta decisión su sencillez, conveniencia a la hora de determinar sus parámetros, exactitud en la estimación de la relación esfuerzo-deformación del suelo, y la inclusión en la mayoría de los software comerciales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Abo-Elnor, M., R. Hamilton and J. T. Boyle (2004). "Simulation of soil-blade interaction for sandy soil using advanced 3D finite element analysis." *Soil & Tillage Research* 75(1): 61-73.
- Abu-Hamed, N. H. and R. C. Reeder (2003). "A non linear 3D finite element analysis of the soil forces acting on a disk plow." *Soil Till. Res.* 74(1): 115- 124.
- Araya, K. and R. Gao (1995). "A non-linear three- dimensional finite element analysis of subsoiler cutting with pressurized air injection." *J. Agric. Eng. Res.* 61(2): 115-128.
- Bailey, A. C. and C. E. Johnson (1989). "A soil compaction model for cylindrical stress states." *Transaction of ASAE* 32(3): 822-825.
- Bailey, A. C., C. E. Johnson and R. L. Schafer (1984). "Hydrostatic Compaction of Agricultural Soils." *TRANSACTIONS of the ASAE* 27(4): 952-955.
- Berli, M., B. Kulli, W. Attinger, M. Keller, J.

- Leuenberger, H. Flühler, S. M. Sprigman and R. Schulín (2004). "Compaction of agricultural and forest subsoils by tracked heavy construction machinery." *Soil & Tillage Research* 75(1): 37-52.
- Biris, S. S., V. Vladut, N. Ungureanu, G. Paraschiv and G. Voicu (2009). "Development and experimental testing of a FEM model for the stress distribution analysis in agricultural soil due to artificial compaction." *Agriculturae Conspectus Scientificus* 74(1): 21-29.
- Bishop, A. W. (1966). "The strength of soils as engineering materials." *Geotechnique* 16(2): 91-130.
- Coulomb, C. A. (1776). "Essai sur une application des règles des maximis et minimis a quelques problèmes de statique relatifs, a l'architecture." *Mem. Acad. Roy. Div. 7(1)*: 343-387.
- Chi, L. (1990). "Finite element analysis of soil forces on two tillage tools." *Canadian Agric. Eng.* 33(1): 39-45.
- Chi, L. (1993). "Modeling mechanical behavior of agricultural soils." *Transactions of the ASAE* 36(6): 1563-1570.
- Chi, L. and R. L. Kushawaha (1988). Study of mechanical properties of agricultural soil for non-linear F.E. model. International Winter Meeting of the American Society of Agricultural Engineers. ASAE. Hyatt Regency Chicago in Illinois Center.
- Chi, L. and R. L. Kushawaha (1989). "Finite elements analysis of forces on plane soil blade. *Canadian Agric. Eng. (Ca)*." 31: 135-140.
- Chi, L. and R. L. Kushawaha (1990). "A non-linear 3D finite element analysis of soil failure with tillage tools." *J. Terramech.* 27(4): 343-366.
- Chi, L. and R. L. Kushawaha (1991). "Three dimensional finite element interactions between soil and a simple tillage tool." *TRANSACTIONS of the ASAE* 34(2): 3623-3626.
- Chi, L., R. L. Kushawaha and J. Shen (1993). "An elastoplastic constitutive model for agricultural cohesive soil." *Canadian Agricultural Engineering* 35(4): 245-251.
- Chi, L. and S. Tessier (1994). Comparison of nonlinear elastic and elastoplastic models. ASAE Paper: 19.
- Davoudi, S., R. Alimardani, A. Keyhani and R. Atarnejad (2008). "A Two Dimensional Finite Element Analysis of a Plane Tillage Tool in Soil Using a Non-linear Elasto-Plastic Model." *American-Eurasian J. Agric. & Environ. Sci.* 3(3): 498-505.
- Drucker, D. C. and W. Prager (1952). "Q. Appl. Math. ." *Soil mechanics and plastic analysis or limit designs* 10(2): 157-165.
- Duncan, J. M. (1980). "Hyperbolic stress-strain relationships." In *Proc. of the Workshop on Limit Equilibrium, plasticity and Generalized Stress- Strain in Geotechnical Engineering*. New York:ASCE: 443-460.
- Duncan, J. M. and C. Y. Chan (1970). "Non linear analysis of stress and strain in soil." *J. of Soil Mech. and Foundations*. Division: American society of Civil Engineers 96(SN): 1629-1653.
- González, C. O. (2011). Modelación de la compactación provocada por el tráfico de neumático, de los vehículos agrícolas, en suelos en condiciones de laboratorio. Tesis presentada en al grado científico de Doctor

- en Ciencias Técnicas Agropecuarias. Doctor en Ciencias, Universidad Agraria de La Habana "Fructuoso Rodríguez".
- Gysi, M. (2001). "Compaction of an Euric Cambisol under heavy wheel traffic in Switzerland: Field data and critical state soil mechanics approach." *Soil & Tillage Research* 61(1): 133-142.
- Herrera, S. M. (2006). Simulación del comportamiento mecánico de los suelos ferralíticos rojos mediante el método de elementos finitos. Tesis (en opción al grado científico de Doctor en Técnicas Agropecuarias), Universidad Agraria de La Habana.
- Herrera, S. M., C. O. González, C. C. E. Iglesias, A. A. de la Rosa and R. Madruga (2010). "Estudio de la exactitud de un modelo hiperbólico de Duncan y Chan en la predicción de la relación esfuerzo deformación de tres suelos arcillosos cubanos." *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias* 19(4): 24-29.
- Herrera, S. M., C. E. Iglesias, C. O. González, B. E. López and I. A. L. Sánchez (2008). "Simulación mediante el Método de Elementos Finitos de la respuesta mecánica de un Oxisol." *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias* 16(4): 55-61.
- Hibbit, K. (2008). *Abaqus Theory*, Hibbit, Karlsson, and Sorensen, Inc, Pawtucket, Rhode Island: 1176.
- Jafari, R., T. Tavakoli, S. Minaee and M. H. Raoufat (2006). Large deformation modeling in soil-tillage tool interaction using advanced 3D nonlinear finite element approach. Proceedings of the 6th WSEAS International Conference on Simulation, Modelling and Optimization. Lisbon, Portugal: 6.
- Johnson, C. E. and A. C. Bailey (1990). "A shearing strain model for cylindrical stress states." ASAE(90).
- Kalairby, J. M., S. Mockler and F. Zoz (2001). "Influence of varying axle load and tire pressure on soil stresses and resulting compaction." SAE 952096.
- Kondner, R. L. and J. S. Zelasko (1963). "A hyperbolic stress-strain response: Cohesive soil." Division: American society of Civil Engineers, *J. of Soil Mech. and Foundations* 89(1): 115-143.
- Kushawaha, R. L. and J. Shen (1995). "FINITE ELEMENT ANALYSIS OF THE DYNAMIC INTERACTION BETWEEN SOIL AND TILLAGE TOOL." *Transactions of the ASAE* 37(5): 1315-1319.
- Lade, P. V. (1977). "Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces." *Int. J. solids and Structure* 13(1): 1019- 1035.
- Lade, P. V. and S. Boonyachut (1982). Large stress reversals in triaxial tests on sand. Fourth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics. Canada, May 31 to June 4.
- Lahtinen, I., T. Kiviniemi and P. Sainio (2000). Snow surface model for tyre performance simulation. Seoul 2000 FISITA World Automotive Congress Seoul, Korea: 6.
- Mouazen, A. M. and M. Neményi (1999). "Finite elements of subsoiler cutting in non homogeneous sandy loam soil." *Soil & Till. Res.(UK)* 39 3: 115-126.
- Mouazen, A. M. and M. Neményi (1999).

- "Tillage Tool Design by the Finite Element Method: Part 1. Finite Element Modelling of Soil Plastic Behaviour." *Journal of Agricultural Engineering Research* 72(1): 37-51.
- Mouazen, A. M., M. Neményi, H. Schwanghart and M Rempfer (1999). "Tillage Tool Design by the Finite Element Method: Part 2. Experimental Validation of the Finite Element Results with Soil Bin Test." *Journal of Agricultural Engineering Research* 72(1): 53-58.
- Plouffe, C., C. Laguë, S. Tessier, M. J. Richard and N. B. McLaughlin (1999). "MOLDBOARD PLOW PERFORMANCE IN A CLAY SOIL: SIMULATIONS AND EXPERIMENT." *Transactions of the ASAE. American Society of Agricultural Engineers* VOL. 42(6): 1531-1539. Poodt, M. P., A. J. Koolen and J. P. van der Liden (2003). "FEM analysis of subsoil reaction on heavy wheel loads with emphasis on soil preconsolidation stress and cohesion." *Soil & Tillage Research* 73(1): 67-76.
- Robert, C. J. and K. Marshek (1991). *Fundamentals of machine component design*.
- Rosa, U. A. and D. Wulfsohn (1999). "Constitutive model for high speed tillage using narrow tools." *Journal of Terramechanics* 36(4): 221-234.
- Roscoe, K. H. and J. B. Burland (1968). On the generalized stress-strain behavior of wet clay. In: *Engineering Plasticity*. e. j. Heyman and F. Leckie. Cambridge, England: 535-609.
- Roscoe, K. H., A. N. Schofield and C. P. Wroth (1958). "On the yielding of soils." *Geomechanique* 8(1): 22-53.
- Shen, J. and R. L. Kushawaha, Eds. (1998). *Soil- Machine interactions: A finite element perspective*. New York, Marcel Dekker, Inc.
- Shoop, A. S., R. Affleck, V. Janoo, B. Haehnel and B. Barret (2005). "Constitutive model for a thawing, frost-susceptible sand." *US. Army Corp of Engineers ERDC/CRREL TR* 05(3).
- Timoshenko, S. and J. N. Goodier (1970). *Theory of elasticity*. New York, Mc. Graw.
- Xiang-rong, Z. and W. Jin-chang (2004). "Introduction to partly soil models in ABAQUS Software and their application to the geotechnical engineering." *Rock and Soil Mechanics* 25(2): 145- 148.
- Xie, X. (1983). "Nonlinear finite element analysis of two-dimensional cutting problems in agricultural soils." *Transaction of Chinese Society of Agricultural Machinery* 1(SN): 73-82.
- Young, R. N. and A. W. Hanna (1977). "Finite element analysis of plane soil cutting." *J. Terramech.* 14(3): 103-125.
- Zhang, Q., V. M. Puri and H. B. Manbeck (1986). "Determination of elastoplastic constitutive parameters for wear en masse." *TRANSACTIONS of the ASAE* 29(6): 1739-1746.
- Ing. Alain Ariel de la Rosa Andino:
Ing. Prof. Asistente. Universidad de Granma.
Dpto. de Ing. Mecánica
arosaa@udg.co.cu